

UE4 : Biostatistiques

Chapitre 3 : Principe des tests statistiques d'hypothèse

José LABARERE

Année universitaire 2011/2012

Université Joseph Fourier de Grenoble - Tous droits réservés.

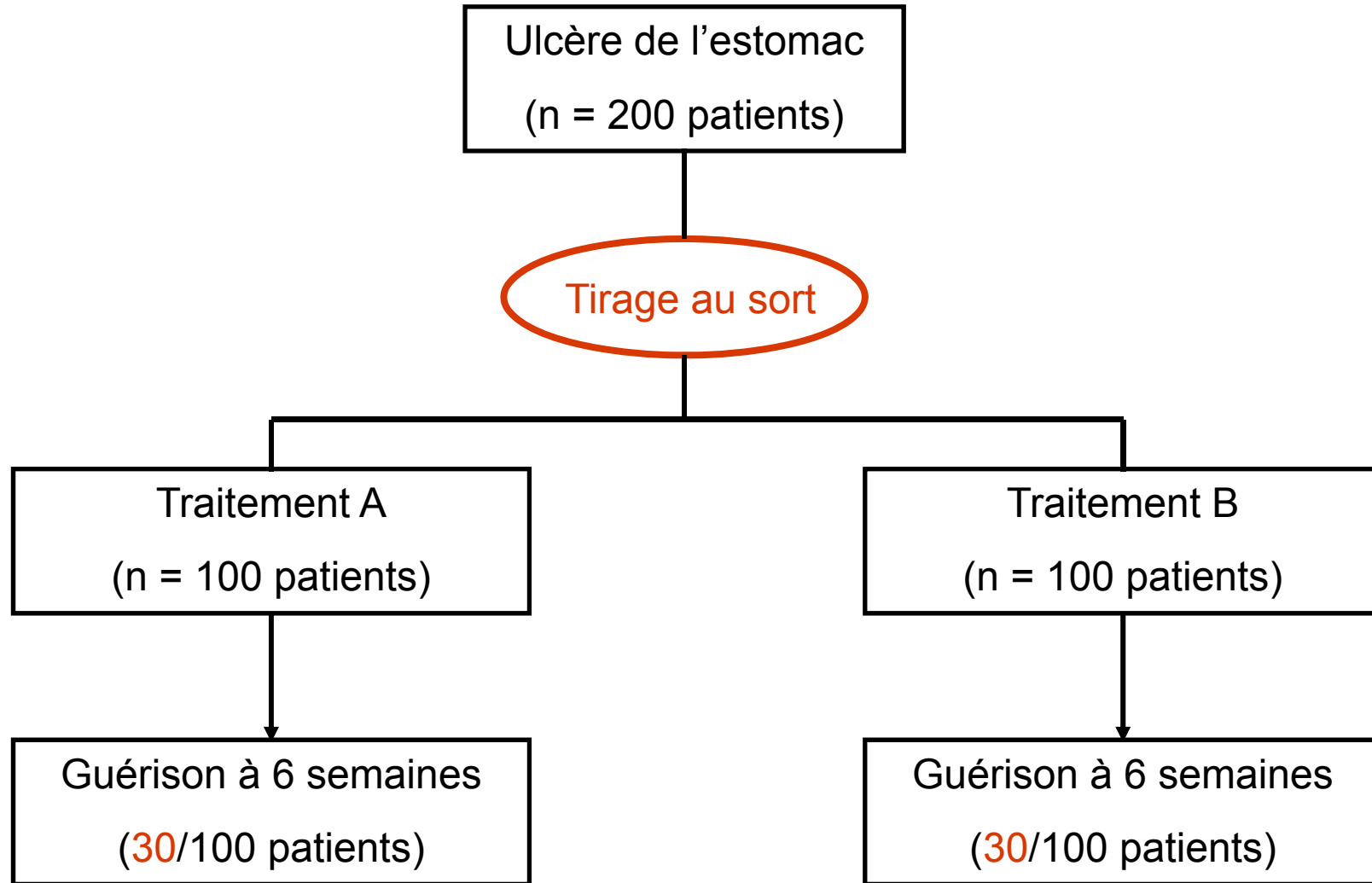
Plan

- I. Introduction : utilité des tests statistiques en santé
- II. Principes généraux des tests statistiques
- III. Formulation des hypothèses nulle et alternative
- IV. Déduire ce que devraient être les observations sous H_0
- V. Confronter les observations à ce qui était attendu sous H_0
- VI. Se fixer une règle de décision et conclure
- VII. Risques d'erreur en statistique
- VIII. Risque alpha versus degré de signification (P -value)
- IX. Conditions d'application des tests
- X. Jugement de signification versus jugement de causalité

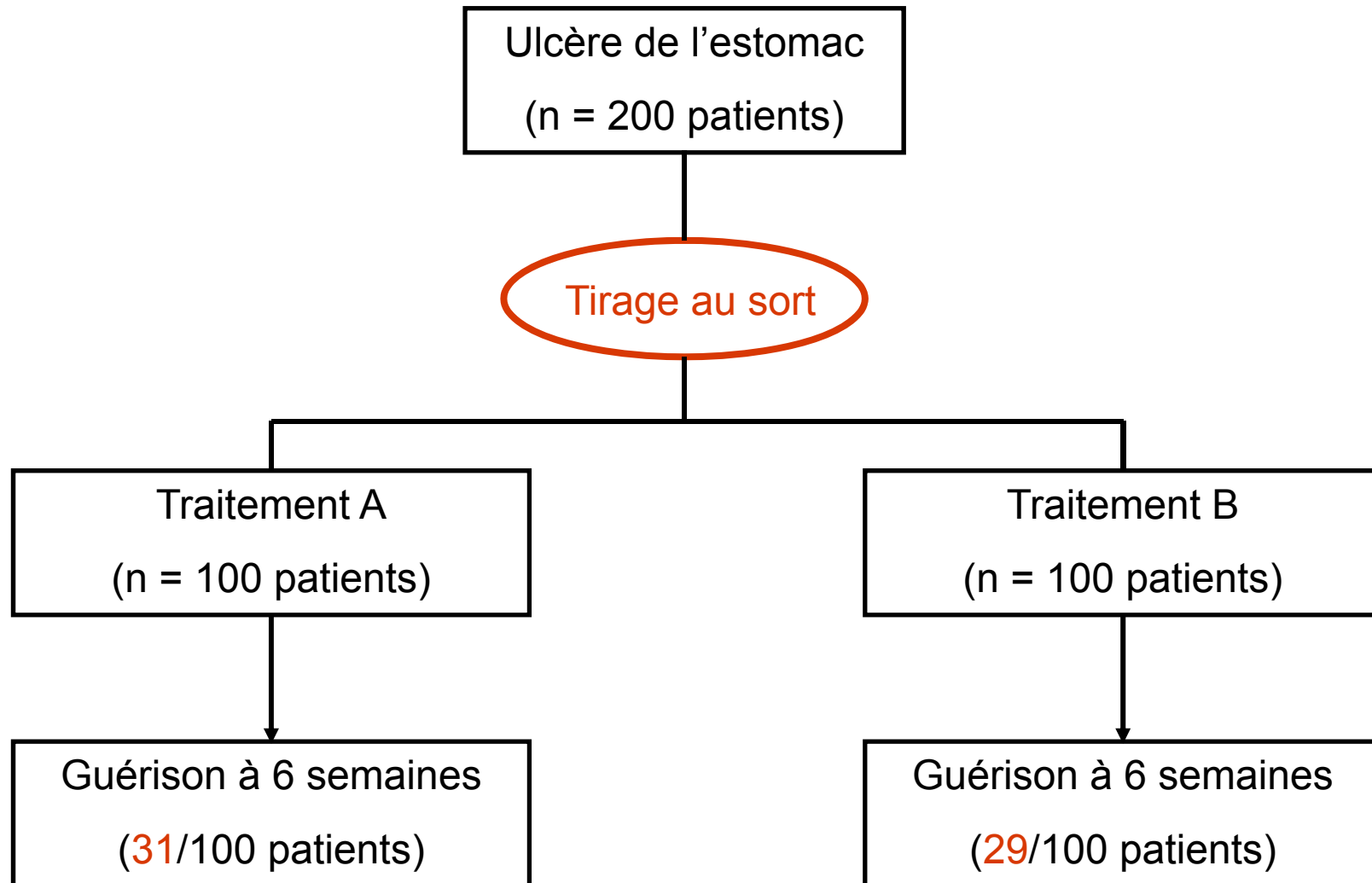
Plan

- I. Introduction : utilité des tests statistiques en santé
 - I.1. Evaluation de l'efficacité (et de la sécurité) des traitements
 - I.2. Identification des facteurs de risque
 - I.3. Finalité des statistiques en santé
- II. Principes généraux des tests statistiques
- III. Formulation des hypothèses nulle et alternative
- IV. Déduire ce que devraient être les observations sous H_0
- V. Confronter les observations à ce qui était attendu sous H_0
- VI. Se fixer une règle de décision et conclure
- VII. Risques d'erreur en statistique
- VIII. Risque alpha versus degré de signification (P -value)
- IX. Conditions d'application des tests
- X. Jugement de signification versus jugement de causalité

I.1. Evaluation de l'efficacité (et de la sécurité) des traitements



On ne met pas en évidence de différence de guérison entre le traitement A et B.

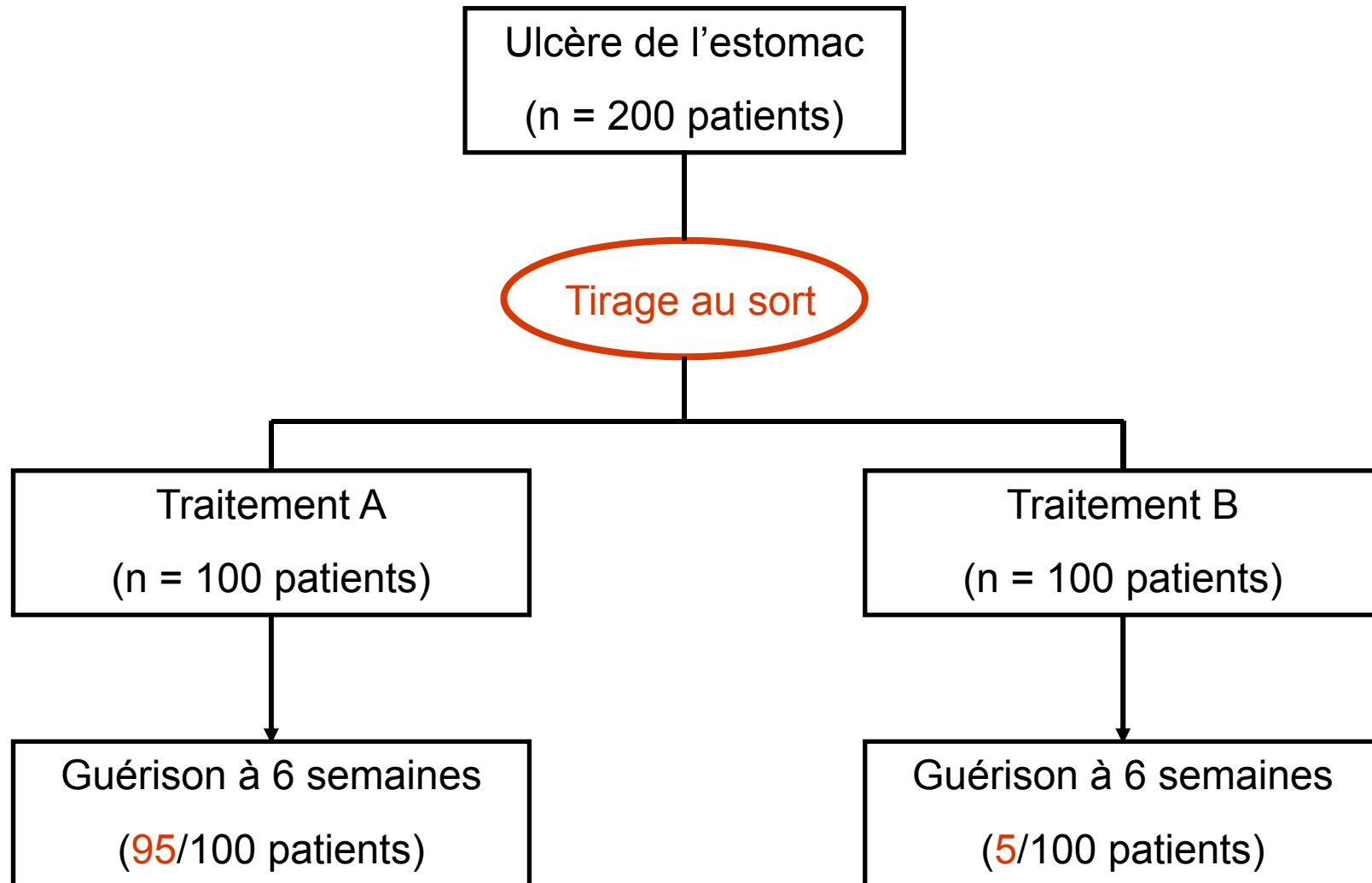


Comment interpréter le léger avantage du traitement A sur le traitement B ?

Il faut savoir que : - des patients guérissent spontanément d'un ulcère.

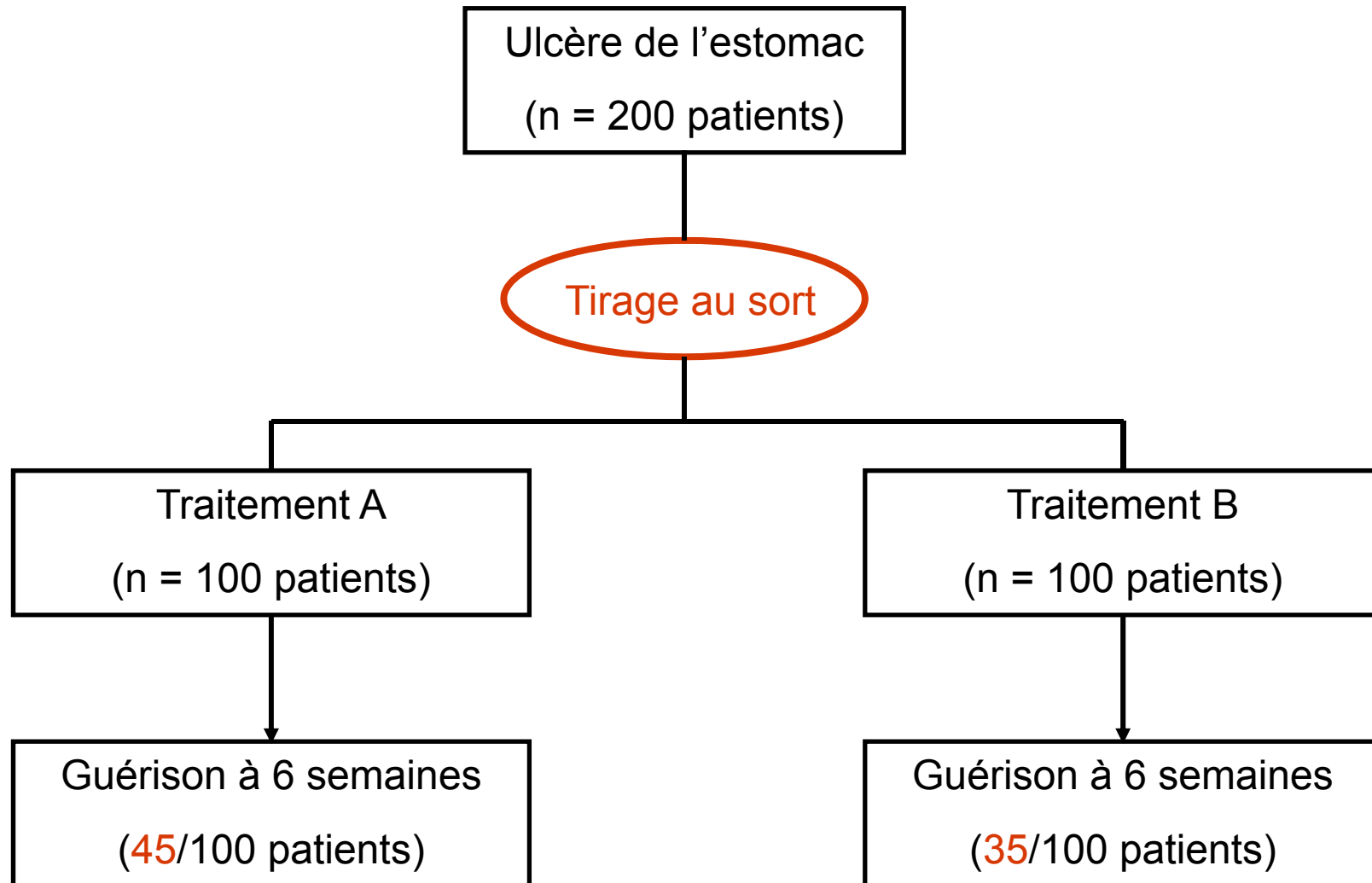
- certains patients répondent au traitement et d'autres pas.

Le tirage au sort n'a-t-il pas pu favoriser le traitement A en lui allouant par hasard un peu plus de patients répondeurs ou qui auraient guéri spontanément ?



Le tirage au sort peut-il expliquer une telle différence de guérison entre le traitement A et B ?

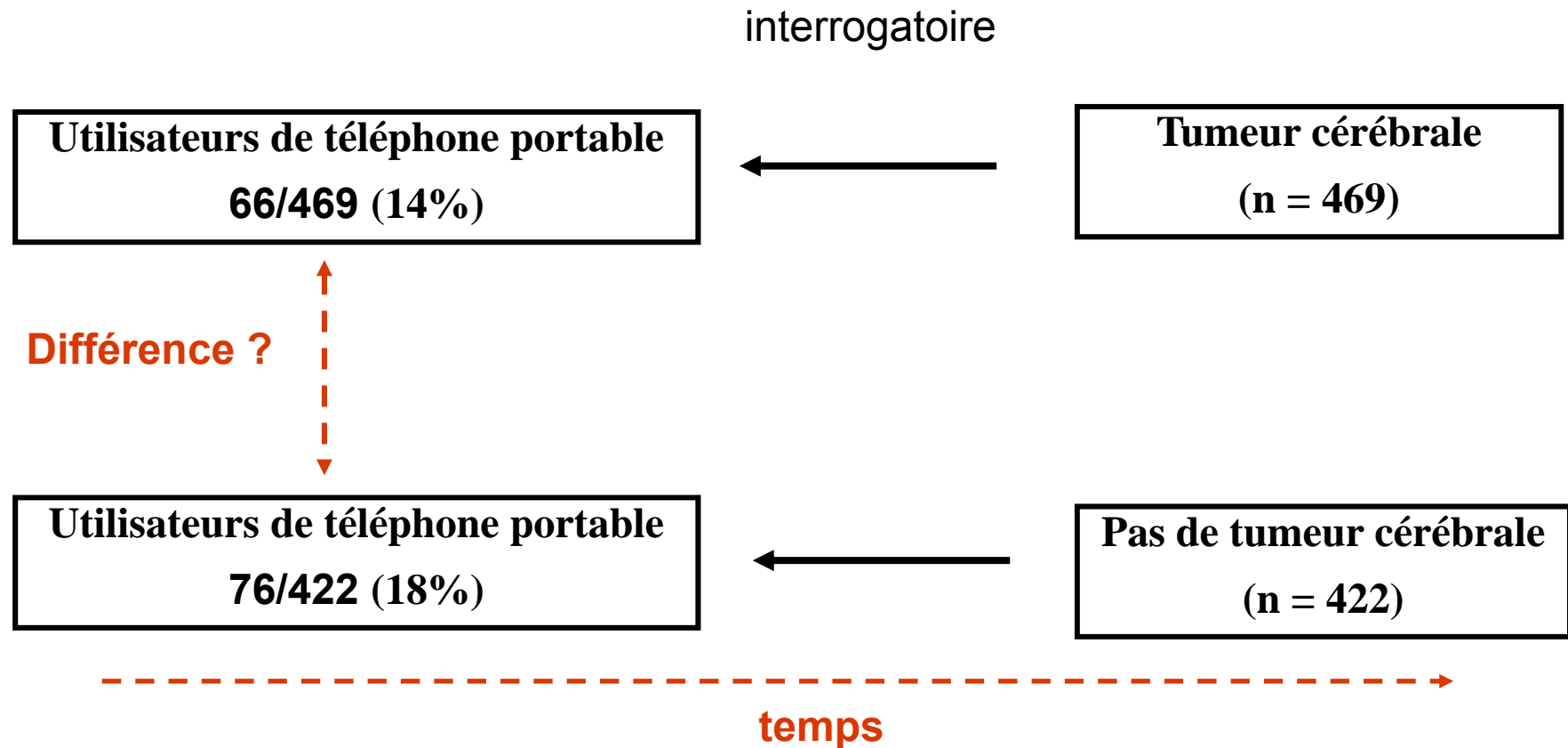
C'est peu probable.



Que conclure ?

Les tests statistiques d'hypothèse permettent de se fixer une règle de décision objective.

I.2. Identification des facteurs de risque des maladies



Comment interpréter la proportion un peu plus élevée d'utilisateurs de téléphone portable dans l'échantillon de patients sans tumeur cérébrale ?

- Réelle association entre tumeur cérébrale et moindre utilisation du téléphone ?
- Hasard (fluctuations d'échantillonnage) ?

I.3. Finalité des statistiques en santé

- **Lire et interpréter les études**
 - testant l'efficacité des nouveaux traitements (essais cliniques)
 - testant les facteurs de risque des maladies (épidémiologie)
 - **Porter un regard critique sur l'information délivrée par les compagnies pharmaceutiques**
- ⇒ **Pratiquer une médecine fondée sur les preuves scientifiques (evidence-based medicine)**
- **Accessoirement :**
 - Epreuve de lecture critique d'articles (ECN)
 - Mémoire / thèse d'exercice des professions de santé

Plan

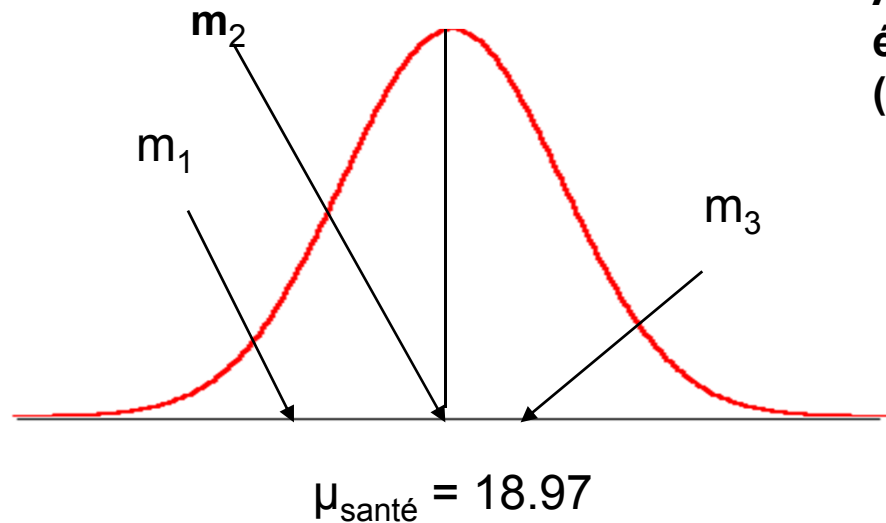
- I. Introduction : utilité des tests statistiques en santé
- II. Principes généraux des tests statistiques**
- III. Formulation des hypothèses nulle et alternative
- IV. Déduire ce que devraient être les observations sous H_0
- V. Confronter les observations à ce qui était attendu sous H_0
- VI. Se fixer une règle de décision et conclure
- VII. Risques d'erreur en statistique
- VIII. Risque alpha versus degré de signification (P -value)
- IX. Conditions d'application des tests
- X. Jugement de signification versus jugement de causalité

Principes généraux des tests statistiques

Test statistique d'hypothèse

- **Est l'outil statistique de comparaison**
(intervalle de confiance = outil statistique de l'estimation)
- **Sert à comparer 2 ou plusieurs séries de données :**
 - résumées par leurs **paramètres** : moyenne, variance (**tests paramétriques**)
 - (décrites par leur distribution : tests non-paramétriques)
- **Garder à l'esprit :**
 - On compare des paramètres **estimés** sur des **échantillons** issus de populations
 - La valeur de ces paramètres estimés sur les échantillons **fluctue** autour de la vraie valeur du paramètre de la population dont ils sont issus

Exemple 1. âge moyen des étudiants de L1 santé



Age moyen de la population des 1600 étudiants inscrits en L1 santé : $\mu_{\text{santé}} = 18.97$
(variance : $\sigma^2 = 1.06$)

Age moyen des 200 étudiants du groupe 1 (échantillon 1) : $m_1 = 18.89$

Age moyen des 200 étudiants du groupe 2 (échantillon 2) : $m_2 = 18.97$

Age moyen des 200 étudiants du groupe 3 (échantillon 3) : $m_3 = 19.02$

Age moyen des 200 étudiants du groupe 4 (échantillon 4) : $m_4 = 18.98$

Age moyen des 200 étudiants du groupe 5 (échantillon 5) : $m_5 = 18.99$

Age moyen des 200 étudiants du groupe 6 (échantillon 6) : $m_6 = 18.99$

Age moyen des 200 étudiants du groupe 7 (échantillon 7) : $m_7 = 19.02$

Age moyen des 200 étudiants du groupe 8 (échantillon 8) : $m_8 = 18.85$

- Les groupes (échantillons) sont constitués **au hasard** à partir de la population des 1600 étudiants de L1 santé.
- Qu'est-ce qui peut expliquer que l'âge moyen soit différent entre :
 - les étudiants du groupe 1 ($m_1=18.89$)
 - les étudiants du groupe 7 ($m_7=19.02$)

Le hasard (fluctuations d'échantillonnage)

NB : La réponse est évidente car on sait que le groupe 1 et le groupe 7 sont deux échantillons tirés au sort à partir de la population des étudiants de L1 santé

Exemple 2. L'âge moyen des étudiants de L1 santé diffère-t-il de l'âge moyen des étudiants de L1 sciences, à l'UJF cette année?

2 façons de procéder :

1. Comparer l'âge moyen de la **population** des 1600 étudiants de L1 santé ($\mu_{\text{santé}}$) et de la population des 1000 étudiants de L1 sciences (μ_{sciences})
2. Comparer l'âge moyen d'un **échantillon** de 200 étudiants de L1 santé ($m_{\text{santé}}$) et d'un échantillon de 200 étudiants de L1 sciences (m_{sciences}) et extrapoler ce résultat aux populations.

NB :

- *La solution 2 a l'avantage d'être économique (400 étudiants interrogés au lieu de 2600) mais m est soumise aux fluctuations d'échantillonnage.*
- *La solution 1 donne une réponse exacte (μ n'est pas soumise aux fluctuations d'échantillonnage) mais est rarement réalisable en pratique (effectif de population, populations infinies)*

Comparer l'âge moyen d'un échantillon d'étudiants de L1 santé et de L1 sciences

L1 santé : échantillon 1 : $m_1 = 18.89$ ($s_1^2 = 0.98$)

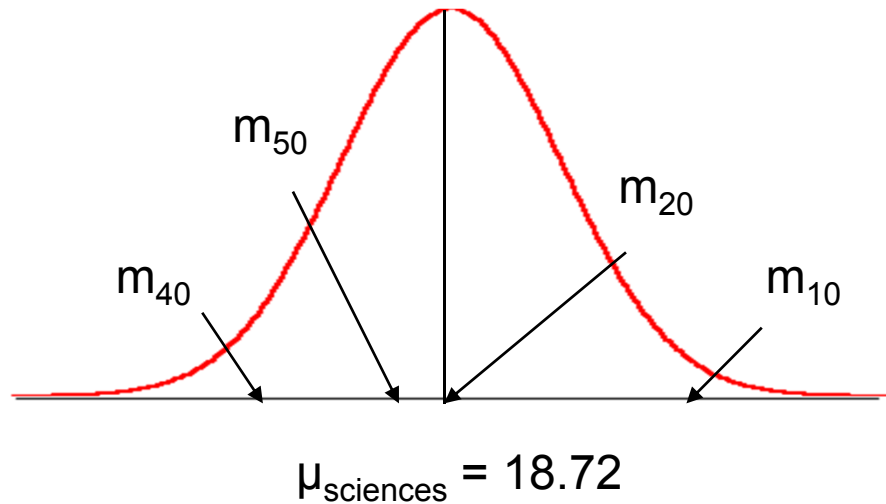
L1 sciences : échantillon 10 : $m_{10} = 18.76$ ($s_{10}^2 = 1.23$)

La différence observée entre les moyennes des 2 échantillons :

- **résulte de fluctuations d'échantillonnage ($\mu_{\text{santé}} = \mu_{\text{sciences}}$) ?**
- **résulte de fluctuations d'échantillonnage + une différence d'âge moyen entre les 2 populations ($\mu_{\text{santé}} \neq \mu_{\text{sciences}}$) ?**

On utilisera un test statistique pour répondre à cette question.

Age moyen des étudiants de L1 Sciences



Age moyen de la population des 1000 étudiants inscrits en L1 Sciences :

$$\mu_{\text{sciences}} = 18.72$$

(variance : $\sigma^2 = 1.16$)

Age moyen des 200 étudiants du groupe 10 (échantillon 10) : $m_{10} = 18.76$

Age moyen des 200 étudiants du groupe 20 (échantillon 20) : $m_{20} = 18.72$

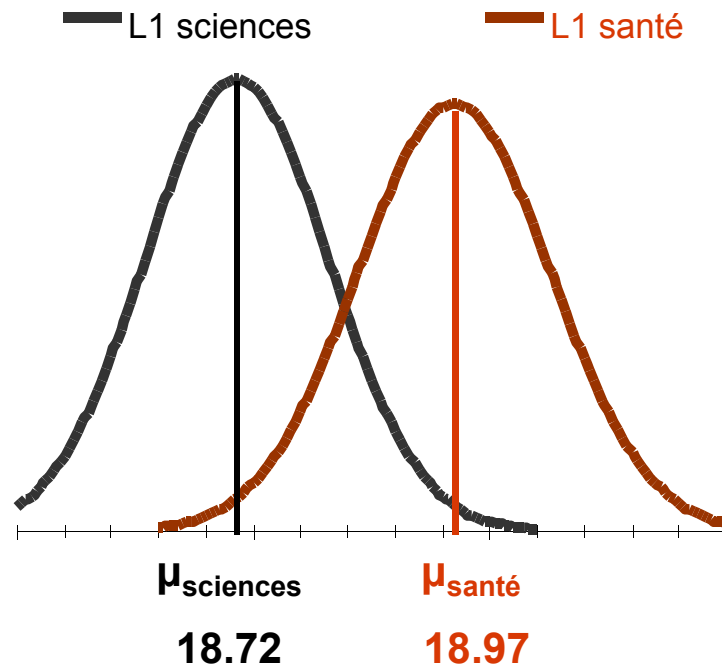
Age moyen des 200 étudiants du groupe 30 (échantillon 30) : $m_{30} = 18.73$

Age moyen des 200 étudiants du groupe 40 (échantillon 40) : $m_{40} = 18.67$

Age moyen des 200 étudiants du groupe 50 (échantillon 50) : $m_{50} = 18.71$

- **Cette année, à l'UJF, l'âge moyen des étudiants est différent entre :**
 - **la population de L1 santé ($\mu_{\text{santé}} = 18.97$)**
 - **la population de L1 sciences ($\mu_{\text{sciences}} = 18.72$)**

NB : Cette différence est réelle et ne résulte pas de fluctuations d'échantillonnage car il s'agit de 2 populations (et non pas de 2 échantillons).



Du fait des fluctuations d'échantillonnage :

- l'écart varie en fonction des échantillons :

$$m_7 - m_{40} = 0,35$$

$$m_{10} - m_8 = 0,09$$

- Il était possible, bien que peu probable, d'observer : $m_{\text{sciences}} \geq m_{\text{santé}}$

échantillon 40 : $m_{40} = 18.67$

échantillon 50 : $m_{50} = 18.71$

échantillon 20 : $m_{20} = 18.72$

échantillon 30 : $m_{30} = 18.73$

échantillon 10 : $m_{10} = 18.76$

échantillon 8 : $m_8 = 18.85$

échantillon 1 : $m_1 = 18.89$

échantillon 2 : $m_2 = 18.97$

échantillon 4 : $m_4 = 18.98$

échantillon 5 : $m_5 = 18.99$

échantillon 6 : $m_6 = 18.99$

échantillon 3 : $m_3 = 19.02$

échantillon 7 : $m_7 = 19.02$

Intuitivement

- Plus l'écart observé entre les 2 moyennes estimées (m) sur les 2 échantillons est grand,
- Plus faible est la probabilité que cette différence observée résulte uniquement de fluctuations d'échantillonnage.

$$\uparrow (m_a - m_b) \rightarrow \downarrow P(\mu_a = \mu_b)$$

- Mais un faible écart observé entre les 2 moyennes estimées (m) sur les 2 échantillons
- n'exclut pas que les 2 moyennes des populations (μ) soient différentes

Le test statistique permet de formaliser ce raisonnement intuitif

Test statistique : démarche hypothético-déductive

1. Formuler une hypothèse

- $\mu_{\text{santé}} = \mu_{\text{sciences}}$

2. Dédire ce que devraient être les observations si l'hypothèse est vraie

- $m_{\text{santé}} \approx m_{\text{sciences}}$ aux fluctuations d'échantillonnage près

3. Confronter les observations à ce qui était attendu

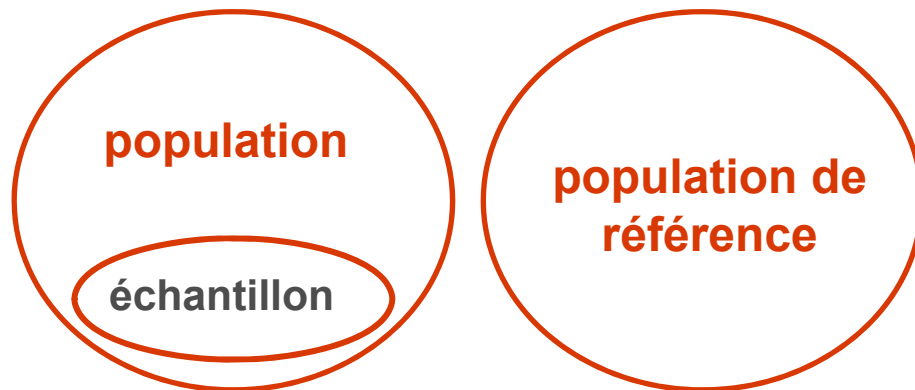
- $m_{\text{santé}}$ et m_{sciences} compatibles avec l'hypothèse ?

4. Conclure

- Non-rejet de l'hypothèse ($\mu_{\text{santé}} = \mu_{\text{sciences}}$)
- Rejet de l'hypothèse ($\mu_{\text{santé}} = \mu_{\text{sciences}}$) $\rightarrow \mu_{\text{santé}} \neq \mu_{\text{sciences}}$

Tests statistiques de comparaison

Comparer un paramètre observé sur un échantillon à une valeur de référence



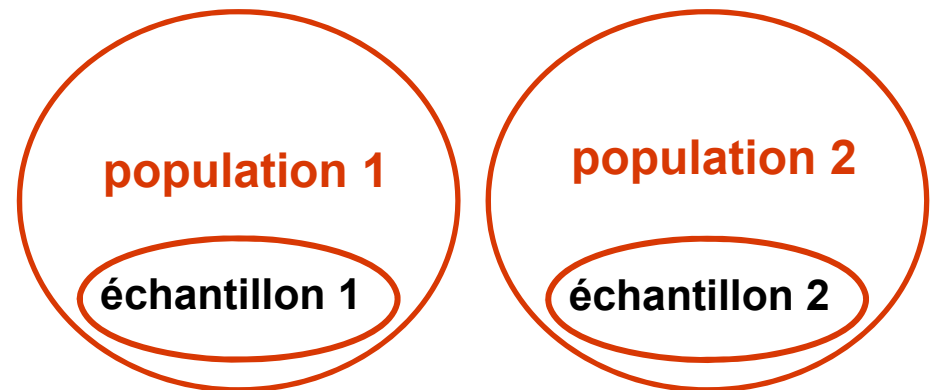
Différence observée

- Fluctuations d'échantillonnage ?
- Différence entre populations ?



Test statistique

Comparer un paramètre entre 2 ou plusieurs échantillons



Différence observée

- Fluctuations d'échantillonnage ?
- Différence entre populations ?

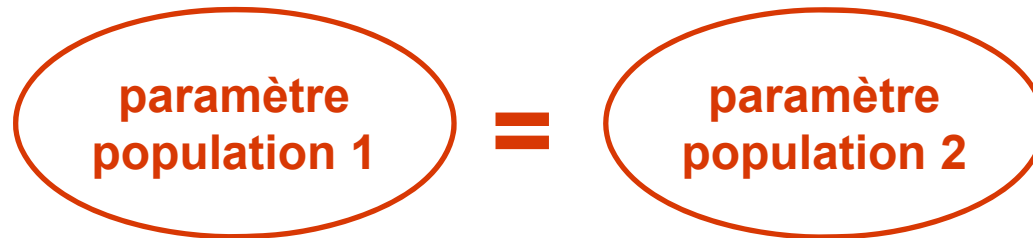


Test statistique

Plan

- I. Introduction : utilité des tests statistiques en santé
- II. Principes généraux des tests statistiques
- III. Formulation des hypothèses nulle et alternative**
- IV. Déduire ce que devraient être les observations sous H_0
- V. Confronter les observations à ce qui était attendu sous H_0
- VI. Se fixer une règle de décision et conclure
- VII. Risques d'erreur en statistique
- VIII. Risque alpha versus degré de signification (P -value)
- IX. Conditions d'application des tests
- X. Jugement de signification versus jugement de causalité

1. Formuler l'hypothèse nulle (H0)



$$\mu_1 = \mu_2$$

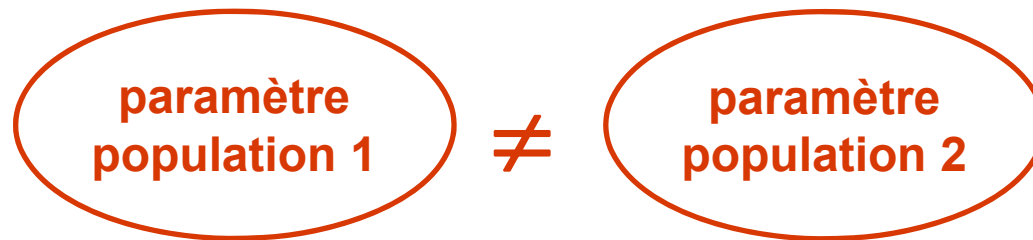
Les hypothèses sont formulées à l'aide des paramètres des populations

L'hypothèse nulle (H0) est l'hypothèse qu'on souhaite invalider (rejeter) :

- Il est plus facile de rejeter une hypothèse (un seul contre-exemple suffit)
- Alors que valider une hypothèse demande de rechercher toutes les situations possibles et de vérifier qu'aucune d'entre-elle ne contredise cette hypothèse.

2. Formuler l'hypothèse alternative (H1)

Hypothèse alternative bilatérale (H1)

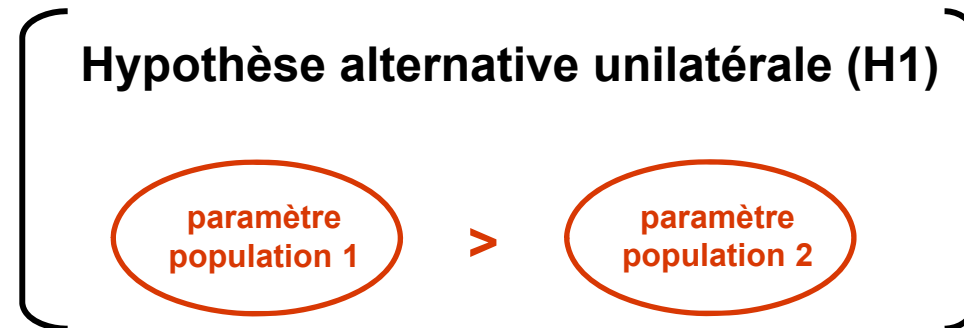


$$\mu_1 \neq \mu_2$$

L'hypothèse alternative (H1) est l'hypothèse qui sera retenue au cas où le test statistique rejette l'hypothèse nulle H0

L'hypothèse alternative est bilatérale, lorsqu'on postule que les paramètres sont différents sans chercher à déterminer le sens de cette différence.

2. Formuler l'hypothèse alternative (H1)



$$(\mu_1 > \mu_2)$$

On formule une hypothèse alternative unilatérale lorsqu'on s'intéresse au sens de l'inégalité entre les 2 populations.

Le sens de l'inégalité est évident : le taux de guérison est supérieur dans un groupe de patients traités par rapport à un groupe de patients non traités.

L'utilisation des tests d'hypothèse unilatéraux n'est justifiée que dans des circonstances très particulières et les revues médicales scientifiques recommandent de ne pas utiliser ces tests d'hypothèse unilatéraux.

Plan

- I. Introduction : utilité des tests statistiques en santé
- II. Principes généraux des tests statistiques
- III. Formulation des hypothèses nulle et alternative
- IV. Déduire ce que devraient être les observations sous H_0**
- V. Confronter les observations à ce qui était attendu sous H_0
- VI. Se fixer une règle de décision et conclure
- VII. Risques d'erreur en statistique
- VIII. Risque alpha versus degré de signification (P -value)
- IX. Conditions d'application des tests
- X. Jugement de signification versus jugement de causalité

Sous l'hypothèse nulle (H0)

- Paramètre_{population1} = Paramètre_{population2}

$$\mu_1 = \mu_2$$

- Paramètre_{échantillon1} \approx Paramètre_{échantillon2}

- Paramètre_{échantillon1} - Paramètre_{échantillon2} ≈ 0

$$m_1 \approx m_2 \rightarrow m_1 - m_2 \approx 0$$

En raison des fluctuations d'échantillonnage, la différence $(m_1 - m_2)$ peut prendre toutes les valeurs de \mathbb{R} .

Mais toutes les valeurs de $(m_1 - m_2)$ n'ont pas la même probabilité.

Les valeurs de $(m_1 - m_2)$ proches de 0 sont les plus probables.

Sous l'hypothèse nulle (H0)

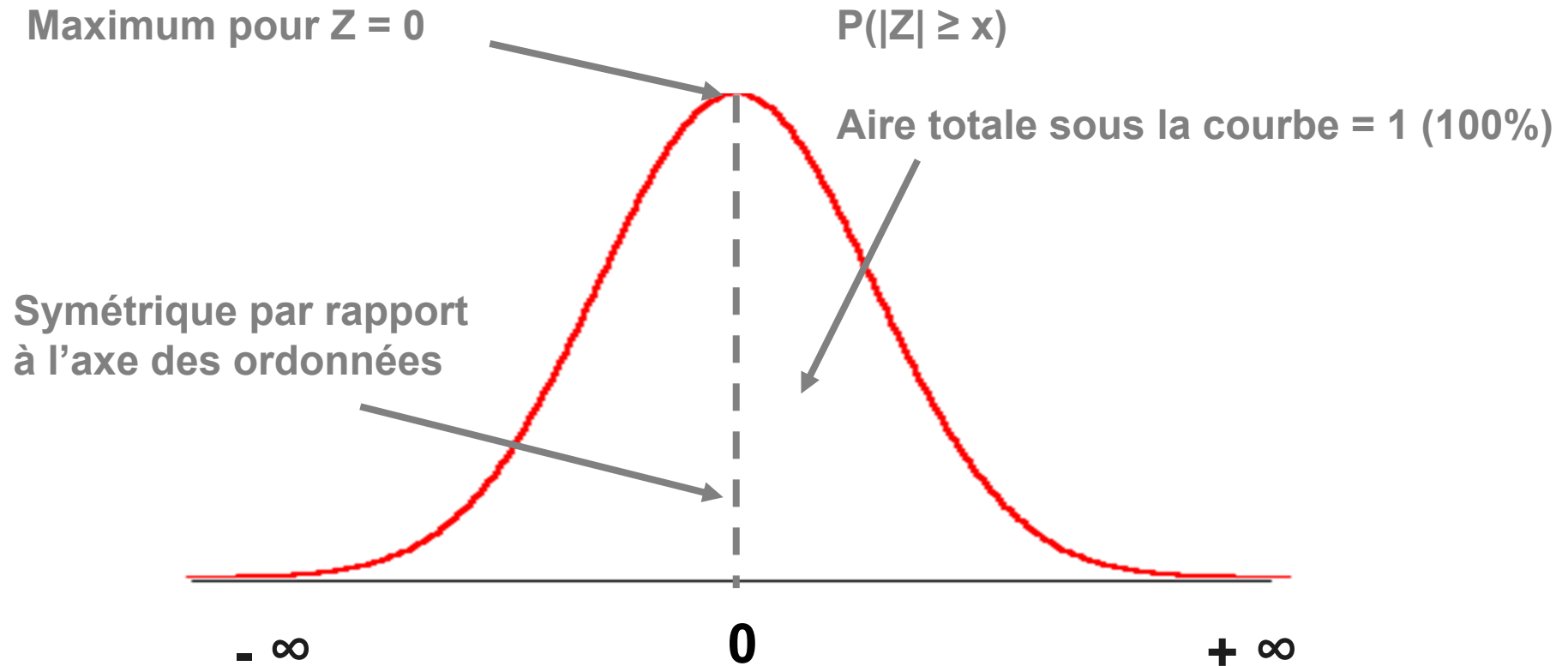
On ne peut pas déterminer exactement ce que devrait être $(m_1 - m_2)$ sous l'hypothèse nulle (H0)

Mais on peut calculer la probabilité que $(m_1 - m_2)$ prenne telle ou telle valeur.

Pour les grands échantillons (effectif ≥ 30), la quantité :

$$Z = \frac{(m_1 - m_2)}{\sqrt{\text{var}(m_1 - m_2)}} \rightarrow N(0,1)$$

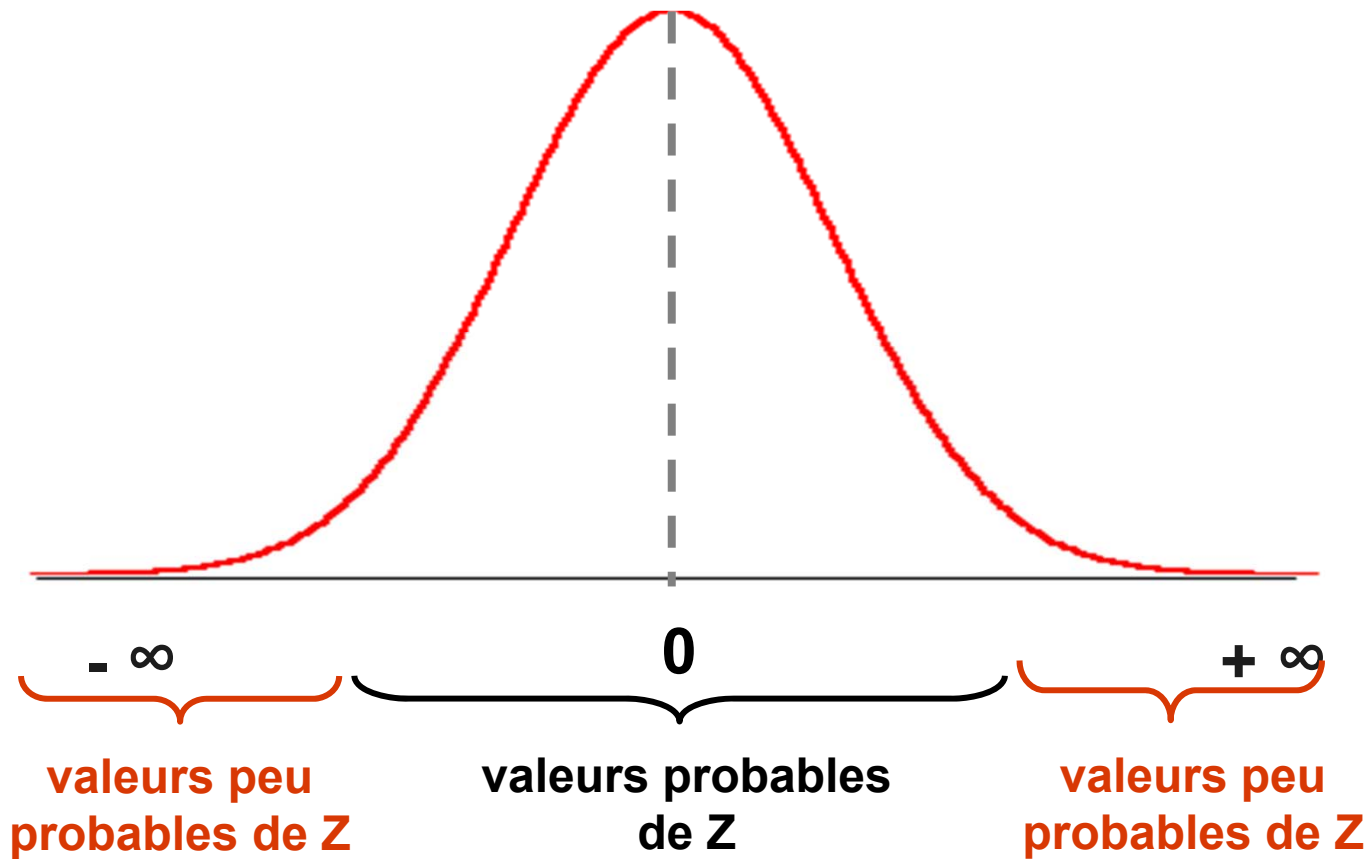
Densité de probabilité de loi normale centrée réduite $N(0,1)$



Abcisses : valeurs possibles de Z sous H_0 ($\mu_1 = \mu_2$)

$$Z = \frac{(m_1 - m_2)}{\sqrt{\text{var}(m_1 - m_2)}}$$

Densité de probabilité de loi normale centrée réduite $N(0,1)$



Abcisses : valeurs possibles de Z sous H_0 ($\mu_1 = \mu_2$)

$$Z = \frac{(m_1 - m_2)}{\sqrt{\text{var}(m_1 - m_2)}}$$

Plan

- I. Introduction : utilité des tests statistiques en santé
- II. Principes généraux des tests statistiques
- III. Formulation des hypothèses nulle et alternative
- IV. Déduire ce que devraient être les observations sous H_0
- V. Confronter les observations à ce qui était attendu sous H_0**
- VI. Se fixer une règle de décision et conclure
- VII. Risques d'erreur en statistique
- VIII. Risque alpha versus degré de signification (P -value)
- IX. Conditions d'application des tests
- X. Jugement de signification versus jugement de causalité

Confronter les observations à ce qui était attendu sous H0

1. Calculer la valeur de Z_o à partir des estimations m_1 et m_2 sur les échantillons

$$Z_o = \frac{(m_1 - m_2)}{\sqrt{\text{var}(m_1 - m_2)}}$$

2. Déterminer la probabilité d'observer une valeur de Z au moins aussi grande que $|Z_o|$ sous l'hypothèse nulle (H0).

$P(Z > |Z_o|)$ sous H0

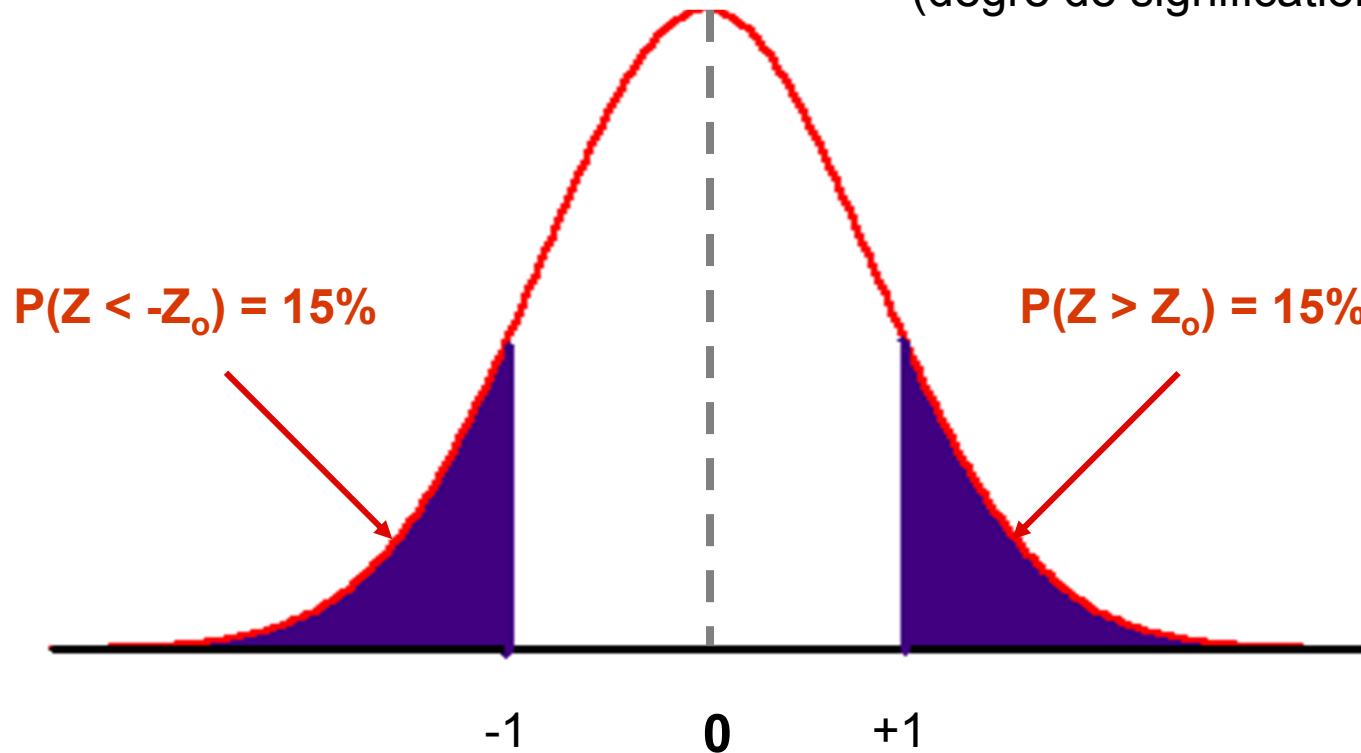
$$Z_o = Z_{\text{observée}}$$

Densité de probabilité de loi normale centrée réduite $N(0,1)$

Exemple 1 : $Z_o = \frac{(m_1 - m_2)}{\sqrt{\text{var}(m_1 - m_2)}} = 1$

$P(Z > |Z_o|)$ sous $H_0 = 30\%$

(degré de signification, P -value)



Abscisses : valeurs possibles de Z sous H_0 ($\mu_1 = \mu_2$)

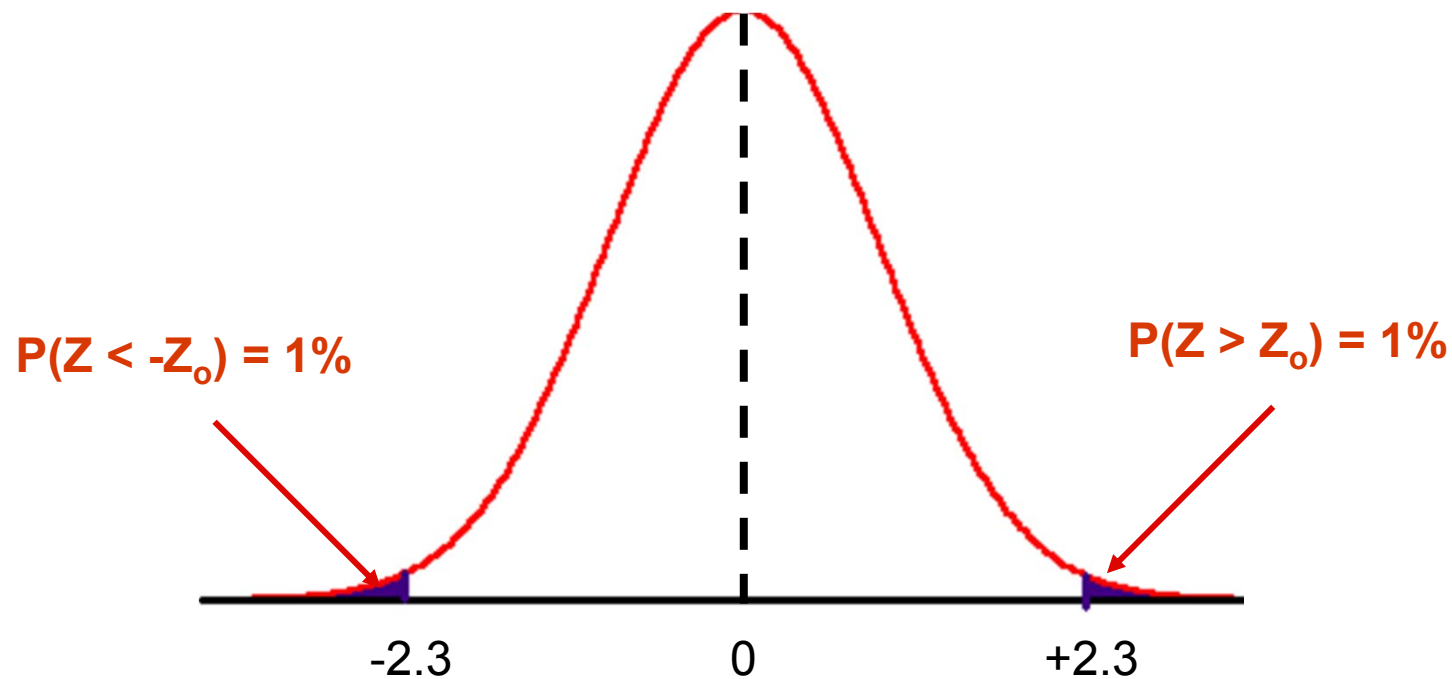
$$Z = \frac{(m_1 - m_2)}{\sqrt{\text{var}(m_1 - m_2)}}$$

Densité de probabilité de loi normale centrée réduite $N(0,1)$

Exemple 2 : $Z_o = \frac{(m_1 - m_2)}{\sqrt{\text{var}(m_1 - m_2)}} = 2.3$

$P(Z > |Z_o|)$ sous $H_0 = 2\%$

(degré de signification, P -value)



Abscisses : valeurs possibles de Z sous H_0 ($\mu_1 = \mu_2$)

$$Z = \frac{(m_1 - m_2)}{\sqrt{\text{var}(m_1 - m_2)}}$$

Confronter les observations à ce qui était attendu sous H_0

Si la probabilité d'observer une valeur de Z plus grande que $|Z_0|$ sous l'hypothèse nulle H_0 est faible (i.e., $P(Z > |Z_0|)$ sous H_0 est faible) , 2 explications sont possibles :

- **Soit : H_0 est vraie et la valeur « excentrique » de Z_0 résulte des fluctuations d'échantillonnage de m_1 et/ou de m_2**
- **Soit : H_0 est fausse et H_1 est vraie**

Au-dessous d'un seuil (correspondant à une probabilité $P(Z > |Z_0|)$ sous H_0 jugée suffisamment faible), on rejettera l'hypothèse nulle H_0 et on acceptera l'hypothèse alternative H_1 .

Plan

- I. Introduction : utilité des tests statistiques en santé
- II. Principes généraux des tests statistiques
- III. Formulation des hypothèses nulle et alternative
- IV. Déduire ce que devraient être les observations sous H_0
- V. Confronter les observations à ce qui était attendu sous H_0
- VI. Se fixer une règle de décision et conclure**
- VII. Risques d'erreur en statistique
- VIII. Risque alpha versus degré de signification (P -value)
- IX. Conditions d'application des tests
- X. Jugement de signification versus jugement de causalité

Se fixer une règle de décision

Fixer *a priori* un seuil alpha suffisamment petit :

- au dessous duquel, on rejette l'hypothèse nulle H_0 ($\mu_1 = \mu_2$) et on accepte l'hypothèse alternative H_1 ($\mu_1 \neq \mu_2$)

$P(Z > |Z_0|)$ sous $H_0 < \alpha \rightarrow$ rejet de H_0 et acceptation de H_1

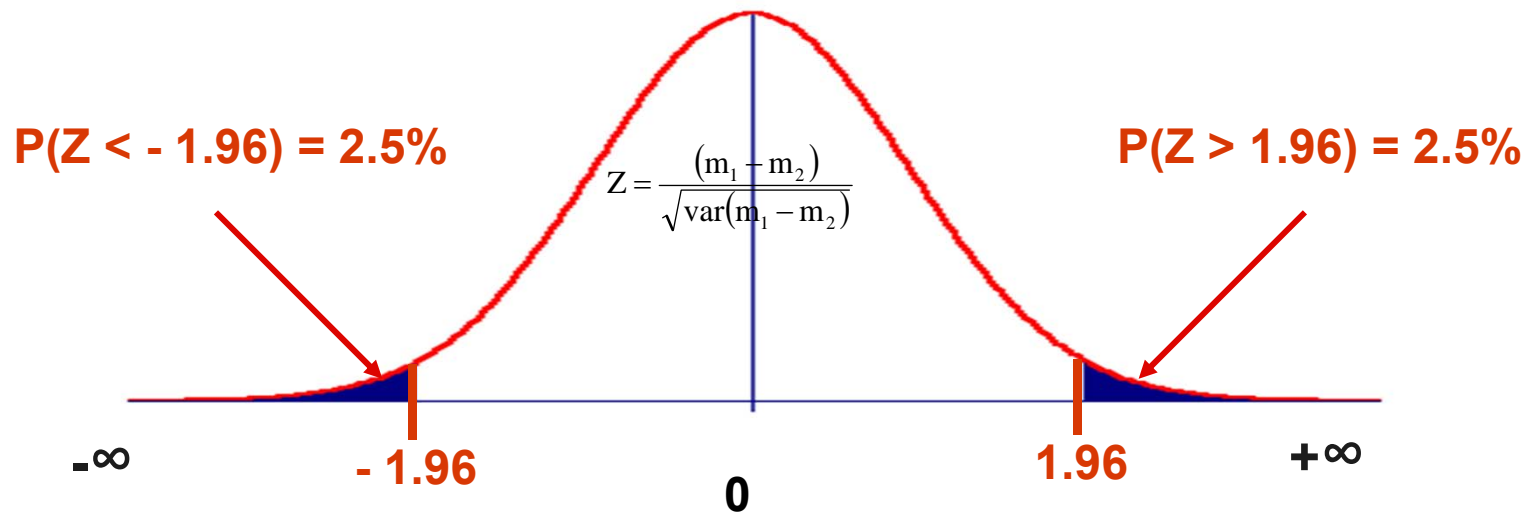
- au dessus duquel, on ne peut pas rejeter l'hypothèse nulle H_0 ($\mu_1 = \mu_2$)

$P(Z > |Z_0|)$ sous $H_0 \geq \alpha \rightarrow$ non-rejet de H_0

Classiquement : $\alpha = 0.05$ en santé et biologie

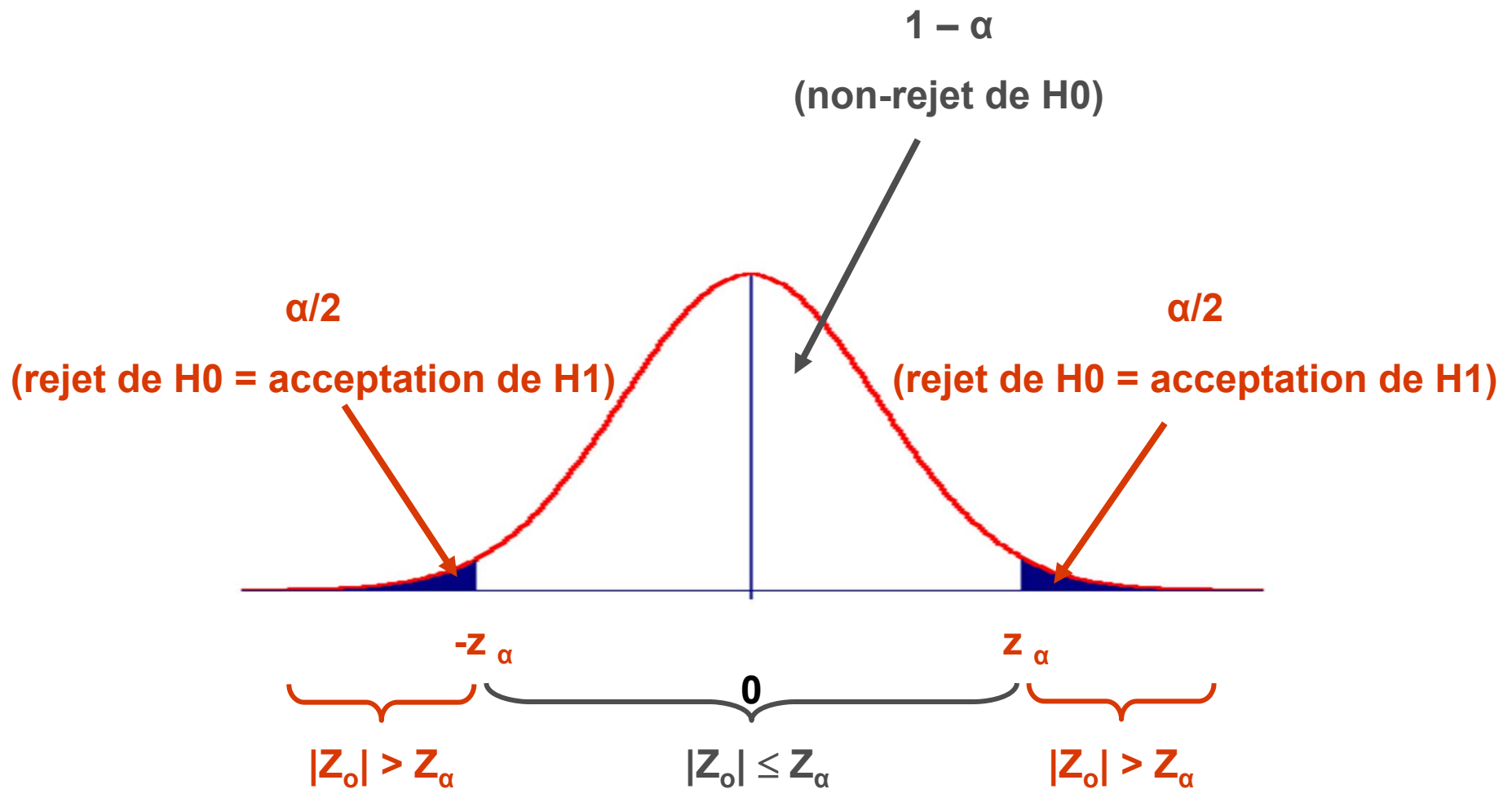
Densité de probabilité de loi normale centrée réduite $N(0,1)$

$$\alpha = 5\% (0.05) \rightarrow |Z_\alpha| = 1.96$$



Abscisses : valeurs possibles de Z sous H_0 ($\mu_1 = \mu_2$)

Z_α = valeur de Z pour le risque α



Abscisses : valeurs possibles de Z sous H_0 ($\mu_1 = \mu_2$)

Z_o : valeur observée/calculée de Z sur l'échantillon

$$Z = \frac{(m_1 - m_2)}{\sqrt{\text{var}(m_1 - m_2)}}$$

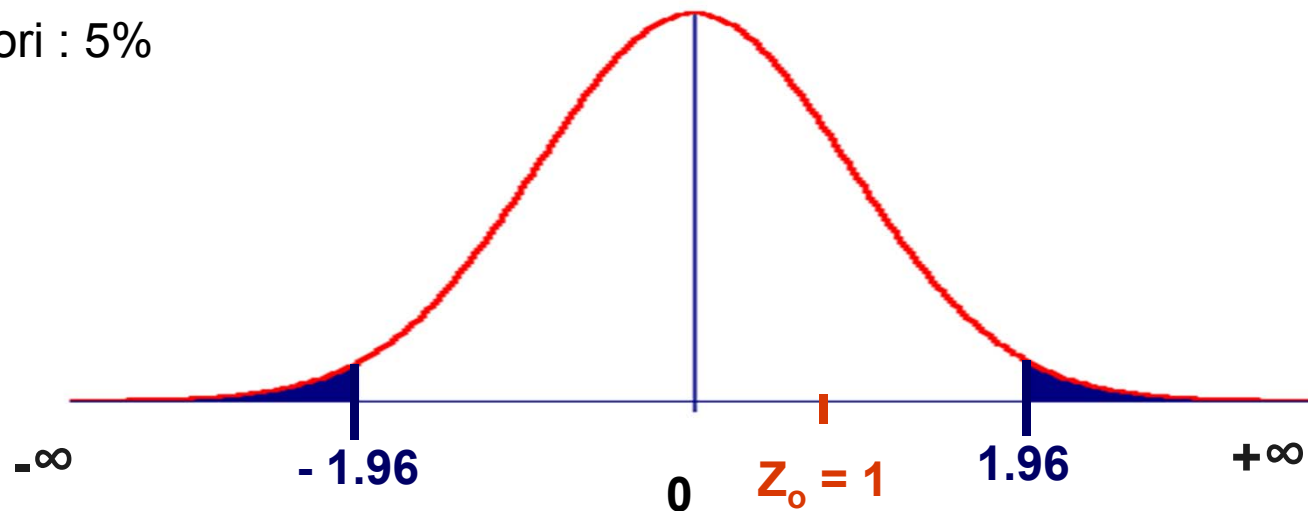
- **Z est la variable aléatoire** $Z = \frac{(m_1 - m_2)}{\sqrt{\text{var}(m_1 - m_2)}}$
- **Z_α est une valeur particulière de la variable aléatoire Z telle que $P(Z > Z_\alpha) = \alpha$**
(Z_α est la valeur de Z pour le risque α)
(en santé et biologie, $\alpha = 0.05$)
- **Z_o est une réalisation de la variable aléatoire Z**
(Z_o est la valeur observée/calculée de Z sur l'échantillon dont on dispose)

Densité de probabilité de loi normale centrée réduite $N(0,1)$

Exemple 1 : $Z_o = \frac{(m_1 - m_2)}{\sqrt{\text{var}(m_1 - m_2)}} = 1$

$P(Z > |Z_o|)$ sous $H_0 = 30\%$
(degré de signification, P -value)

α fixé a priori : 5%



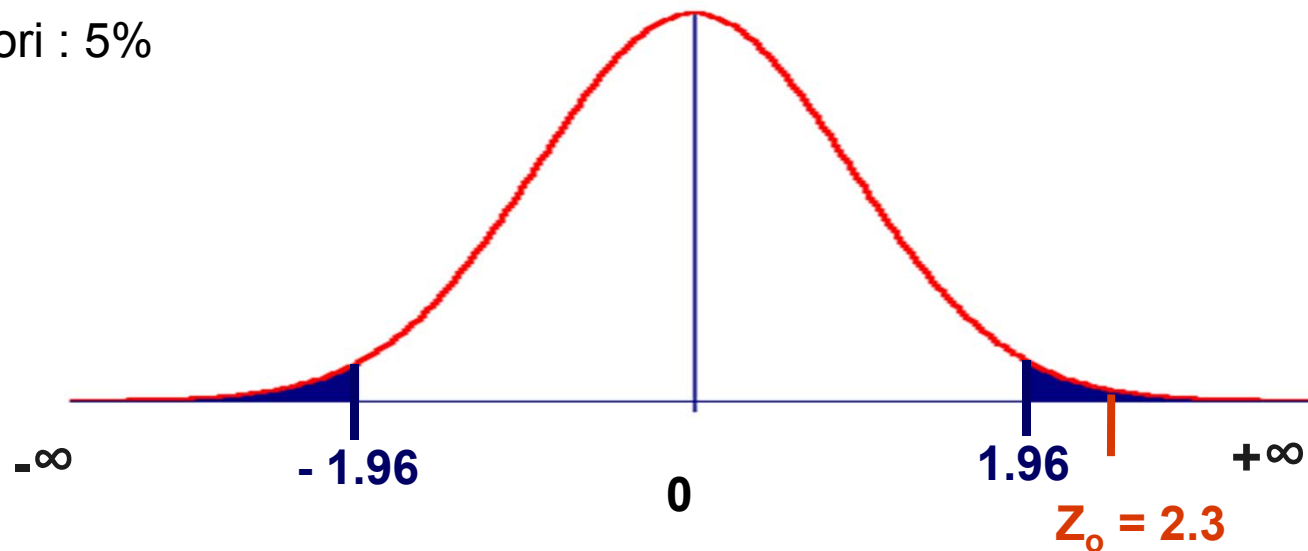
Abcisses : valeurs possibles de Z sous H_0 ($\mu_1 = \mu_2$)

$$\left. \begin{array}{l} |Z_o| < Z_\alpha \\ P(Z > |Z_o|) \geq \alpha \end{array} \right\} \text{Non-rejet de } H_0$$

Densité de probabilité de loi normale centrée réduite $N(0,1)$

Exemple 2 : $Z_o = \frac{(m_1 - m_2)}{\sqrt{\text{var}(m_1 - m_2)}} = 2.3$ $P(Z > |Z_o|)$ sous $H_0 = 2\%$
(degré de signification, P -value)

α fixé a priori : 5%



Abscisses : valeurs possibles de Z sous H_0 ($\mu_1 = \mu_2$)

$$\left. \begin{array}{l} |Z_o| > Z_\alpha \\ P(Z > |Z_o|) < \alpha \end{array} \right\} \text{ Rejet de } H_0 \rightarrow \text{acceptation de } H_1$$

Conclure

- **Non-rejet de H0**

- On ne met pas en évidence de différence statistiquement significative pour le paramètre comparé entre les 2 échantillons (m_1 et m_2)
- Cela ne permet pas de conclure à l'absence de différence pour le paramètre comparé entre les 2 populations (μ_1 et μ_2)
- « absence of evidence is not evidence of absence »

- **Rejet de H0 → acceptation de H1**

- Il existe une différence statistiquement significative pour le paramètre comparé entre les 2 échantillons (m_1 et m_2)
- On conclut que le paramètre diffère entre les 2 populations ($\mu_1 \neq \mu_2$), avec un risque d'erreur α

Plan

- I. Introduction : utilité des tests statistiques en santé
- II. Principes généraux des tests statistiques
- III. Formulation des hypothèses nulle et alternative
- IV. Déduire ce que devraient être les observations sous H_0
- V. Confronter les observations à ce qui était attendu sous H_0
- VI. Se fixer une règle de décision et conclure
- VII. Risques d'erreur en statistique**
- VIII. Risque alpha versus degré de signification (P -value)
- IX. Conditions d'application des tests
- X. Jugement de signification versus jugement de causalité

Risque d'erreur de 1^{ère} espèce : α

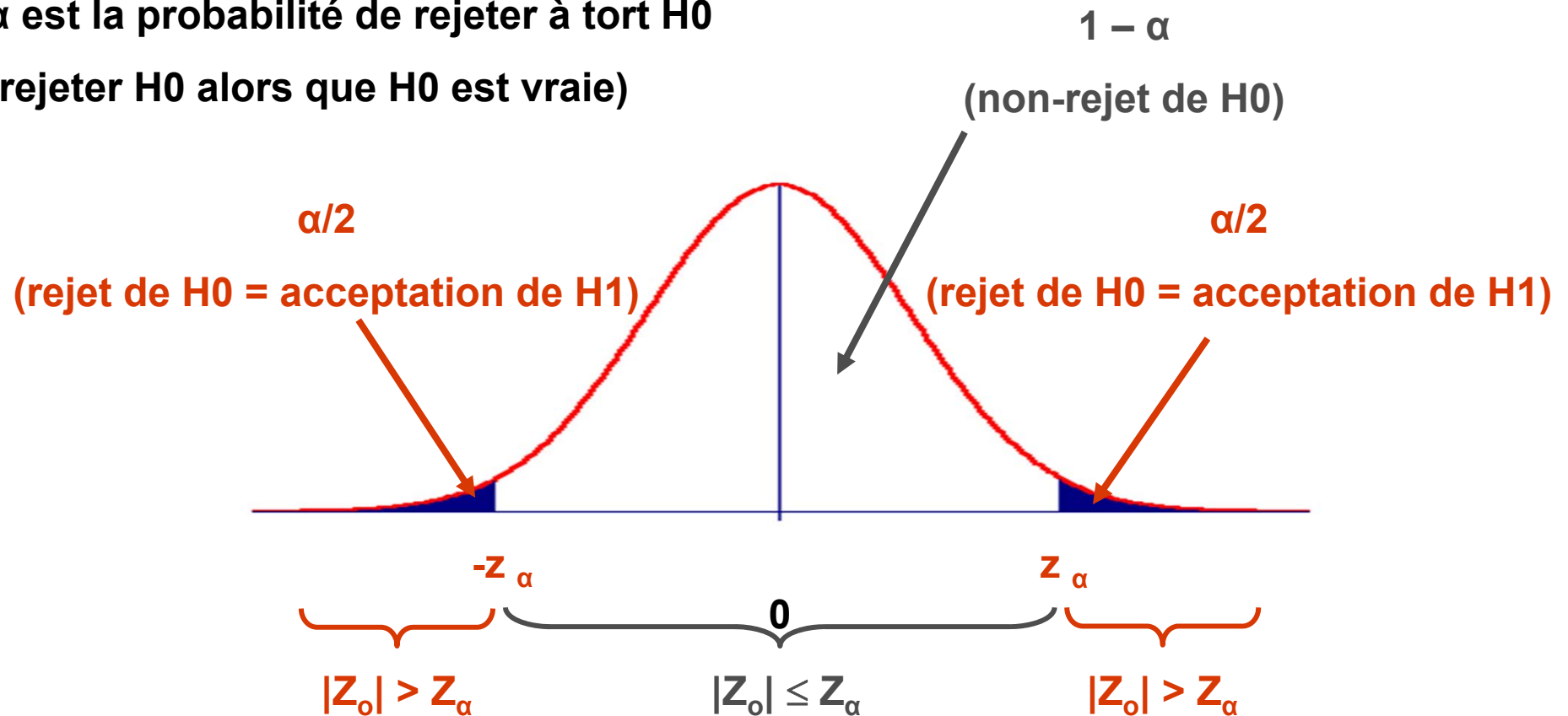
Sous H0 :

Z peut prendre toutes les valeurs de R

Chaque fois $P(Z > |Z_o|) < \alpha$, on rejette H0 (pourtant H0 est vraie)

α est la probabilité de rejeter à tort H0

(rejeter H0 alors que H0 est vraie)



Abscisses : valeurs possibles de Z sous H0 ($\mu_1 = \mu_2$)

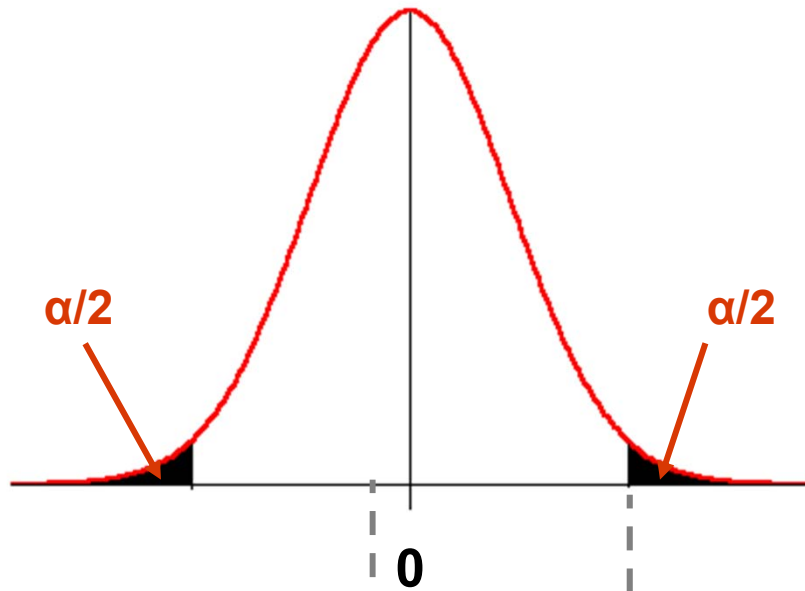
Risques d'erreur en statistique

		Décision du statisticien (échantillon)	
		Rejet H0	Non-rejet H0
Réalité (population)	H0 vraie	Erreur 1 ^{ère} espèce α	$1-\alpha$
	H1 vraie	Puissance $1-\beta$	Erreur 2 ^{ème} espèce β

$\alpha = 0,05$ (5%) fixé a priori (donc connu)

β méconnu → le non-rejet de H0 ne permet pas de conclure que H0 est vrai (on ignore le risque β de ne pas rejeter à tort H0)

Risque d'erreur de 2^{ème} espèce : β

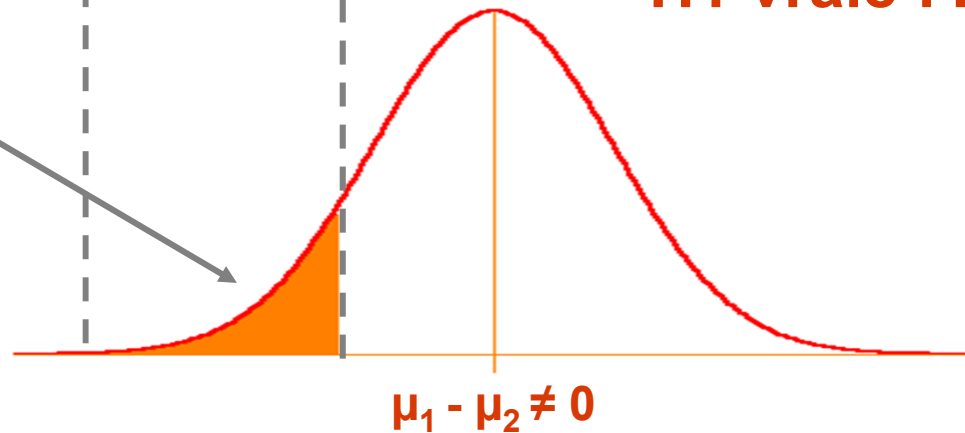


H0 vraie : $Z \rightarrow N(0, 1)$

alpha = P(rejet à tort H0) = 0,05

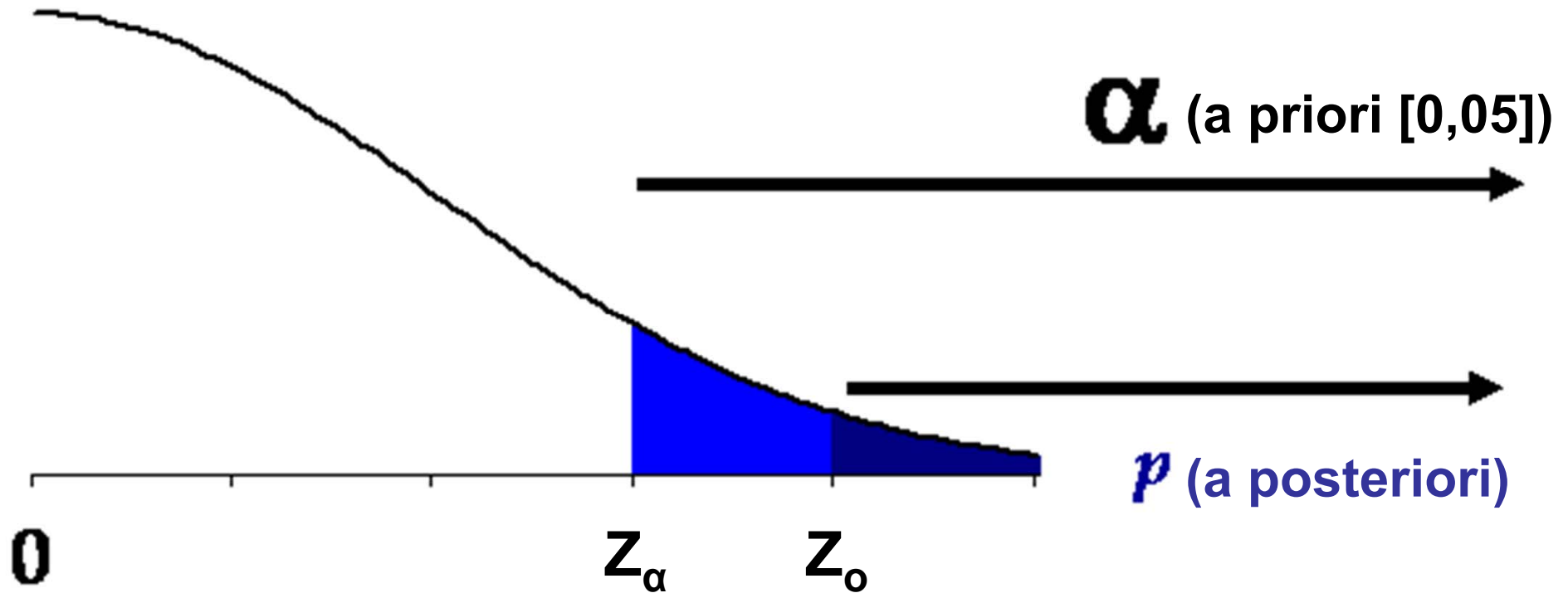
H1 vraie : $Z \rightarrow N(?, ?)$

beta = P(non rejet de H0 si H1 vrai) = ?



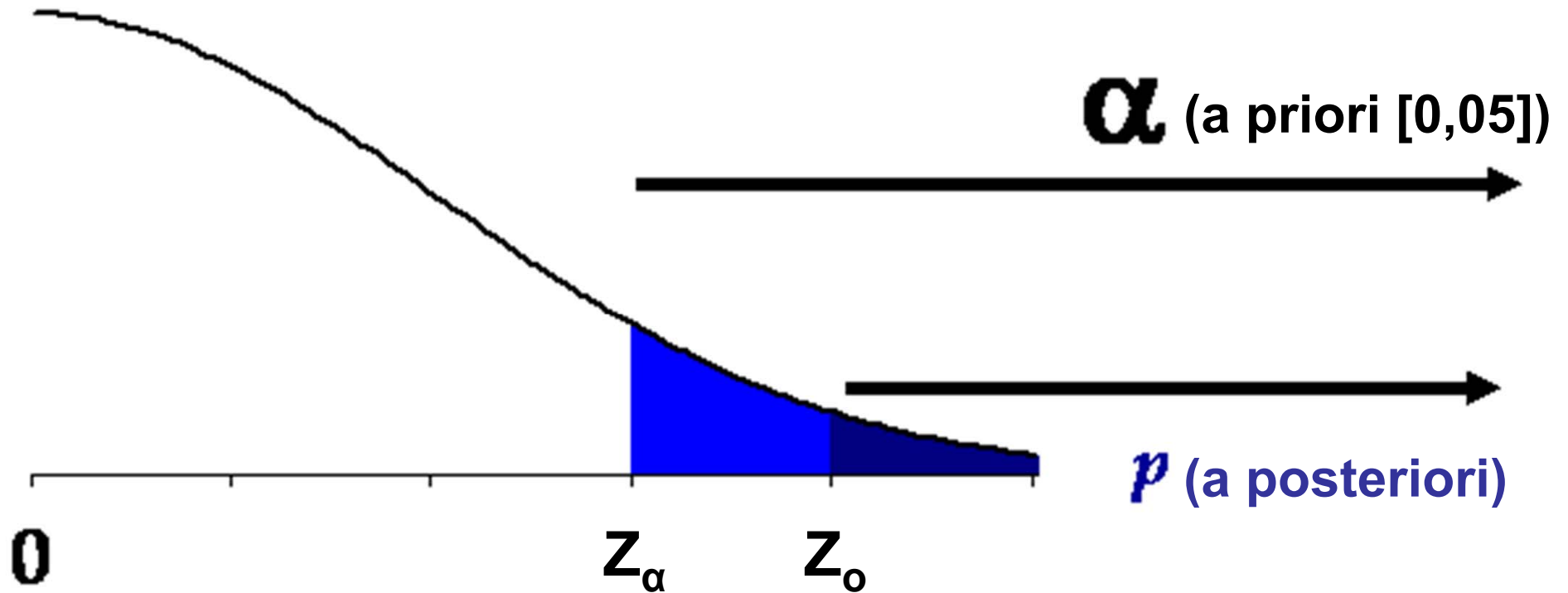
Plan

- I. Introduction : utilité des tests statistiques en santé
- II. Principes généraux des tests statistiques
- III. Formulation des hypothèses nulle et alternative
- IV. Déduire ce que devraient être les observations sous H_0
- V. Confronter les observations à ce qui était attendu sous H_0
- VI. Se fixer une règle de décision et conclure
- VII. Risques d'erreur en statistique
- VIII. Risque alpha versus degré de signification (P -value)**
- IX. Conditions d'application des tests
- X. Jugement de signification versus jugement de causalité



Risque α

- **risque de rejeter à tort H_0** (risque de conclure à tort à une différence alors qu'elle n'existe pas dans la réalité).
- est fixé **a priori** (avant tout calcul)
- est fixé à **0.05** (5%) en santé et biologie



Degré de signification (*P*-value)

- Probabilité d'observer une valeur de Z au moins aussi grande que Z_0 sous l'hypothèse nulle H_0
- est déterminé *a posteriori* (nécessite de calculer la valeur de Z_0)

Plan

- I. Introduction : utilité des tests statistiques en santé
- II. Principes généraux des tests statistiques
- III. Formulation des hypothèses nulle et alternative
- IV. Déduire ce que devraient être les observations sous H_0
- V. Confronter les observations à ce qui était attendu sous H_0
- VI. Se fixer une règle de décision et conclure
- VII. Risques d'erreur en statistique
- VIII. Risque alpha versus degré de signification (P -value)
- IX. Conditions d'application des tests**
- X. Jugement de signification versus jugement de causalité

Conditions d'application des tests

- **Les tests statistiques sont basés sur des lois de distribution théorique (loi normale, loi de Student, loi du X^2)**
- **Ces lois sont strictes et nécessitent la vérification de conditions d'application :**
 - **Indépendance des observations**
 - **Spécifiques à chaque test (Z, t, X^2 ...)**

Plan

- I. Introduction : utilité des tests statistiques en santé
- II. Principes généraux des tests statistiques
- III. Formulation des hypothèses nulle et alternative
- IV. Déduire ce que devraient être les observations sous H_0
- V. Confronter les observations à ce qui était attendu sous H_0
- VI. Se fixer une règle de décision et conclure
- VII. Risques d'erreur en statistique
- VIII. Risque alpha versus degré de signification (P -value)
- IX. Conditions d'application des tests
- X. **Jugement de signification versus jugement de causalité**

Signification statistique versus causalité

1. Jugement de signification statistique : test

- Conclure à une différence statistiquement significative d'un paramètre entre 2 groupes
- Mais ne permet pas de porter un jugement causal

Le pourcentage de cancer bronchique est significativement différent entre les hommes et les femmes (test statistique).

Mais il n'y a pas de relation de cause à effet entre le cancer bronchique et le fait d'être un homme ou une femme.

2. Jugement de causalité (cf épidémiologie)

- relation de cause à effet ?
- uniquement après rejet de l'hypothèse nulle H_0
- nécessite de recourir à des arguments extérieurs à l'étude

A retenir

- Démarche générale d'un test statistique
- Formulation des hypothèses H_0 et H_1
- Risques d'erreur en statistique
- Notion de degré de signification

Références

- Bouyer J. Méthodes statistiques. Médecine – Biologie. Paris: Estem, Editions INSERM, 2000
- Beuscart R et col. Biostatistique. Licence PCEM/PCEP. Paris : Omniscience, 2009.

Mentions légales

L'ensemble de cette œuvre relève des législations française et internationale sur le droit d'auteur et la propriété intellectuelle, littéraire et artistique ou toute autre loi applicable.

Tous les droits de reproduction, adaptation, transformation, transcription ou traduction de tout ou partie sont réservés pour les textes ainsi que pour l'ensemble des documents iconographiques, photographiques, vidéos et sonores.

Cette œuvre est interdite à la vente ou à la location. Sa diffusion, duplication, mise à disposition du public (sous quelque forme ou support que ce soit), mise en réseau, partielles ou totales, sont strictement réservées à l'université Joseph Fourier (UJF) Grenoble 1 et ses affiliés.

L'utilisation de ce document est strictement réservée à l'usage privé des étudiants inscrits à l'Université Joseph Fourier (UJF) Grenoble 1, et non destinée à une utilisation collective, gratuite ou payante.